日本数学協会　年次大会
平成 30 年　9 月

<ポスターセッション予稿フォーム>

題名　微積分の記号の視覚化

氏名　鈴木啓一

１　現状及び問題点

現状	問題点
微分の定義は、$\lim_{x_1 \to x} \frac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1} = \frac{dy}{dx}$	$\frac{dy}{dx}$ は割算なのだろうか。
高校数学での定積分の定義は、区間$[a,b]$をn等分し、$a=x_0, x_1, \cdots, x_n=b$とし、$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i-x_{i-1}) = \int_a^b f(x)dx = \int_a^b ydx$	$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i-x_{i-1}) = \int_a^b f(x)dx$ の左辺と右辺とを比較し、表現にギャップがあって、表記の妥当性が納得できない。
大学（理工系）の数学において、たまに、$pdy = qdx$ 等の微分に使うd の一次式が出てくる。	高校数学においては、$\frac{dy}{dx}$ 等の分数形式の定義・演算規則は学ぶが、一次形式は学ばない。当然とまどいを感じるものである。

２　ライプニッツの微分法の論文（１６８４年）の紹介

論文の題名

「極大・極小および接線の新方法、分数あるいは無理量によって妨げられないこれらの量の新式の計算」

(1) a を定数、$da = 0, d(ax) = adx$

(2) $y = v$ ならば、つまり曲線 YY とVV に対する縦座標が等しいならば、$dy = dv$

(3) 加法と減法、
$$d(z - y + w + x) = dz - dy + dw + dx$$

(4) 乗法、$d(xv) = xdv + vdx$

(5) 除法 $d\left(\frac{v}{y}\right) = \frac{vdy - ydv}{yy}$

(6) 極大・極小の判定は $dv = 0$、曲線の凹凸は差の差である $ddv = 0$ の正負で定まる。

(7) 変曲点の判定は $ddv = 0$

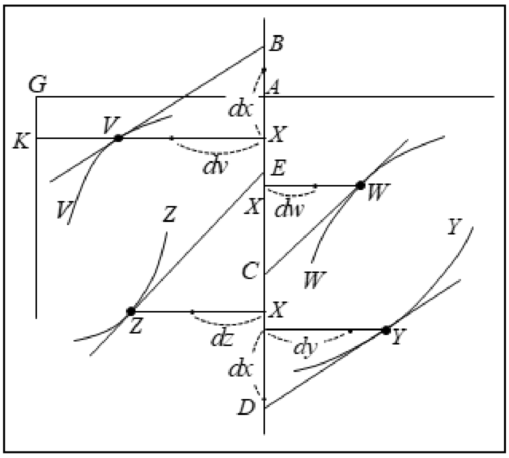

図　1

証明は、図1を使ったが、詳細は不明である。個人的な意見だが、この計算規則は「微小差の計算規則」と解釈したほうがいいと思う。

＜ポスターセッション予稿フォーム＞

３　改善案

ライプニッツの功績から、下記のように提案する。

項目	改善前	改善後
解析学の論理的流れ	1　微分の定義 2　積分の定義	1　微小差 dx の定義、計算規則 2　微小差 dx の割算により、微分を定義 3　微小差 dx の積および総和により、積分の定義
微分の定義	$\lim\limits_{x_1 \to x} \dfrac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1}=\dfrac{dy}{dx}$	$\lim\limits_{x_1 \to x} \dfrac{f(x)-f(x_1)}{x-x_1}=\dfrac{dy}{dx}$ $d:\mathrm{difference}(差)$、$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y\text{の微小差}}{x\text{の微小差}}$
積分の定義	$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i-x_{i-1})=\int_a^b f(x)dx$	$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n} f(x_i)(x_i-x_{i-1})$ $=\int_a^b (f(x)\times dx)$ $=\int_a^b f(x)dx$ 注: $\int_a^b (f(x)\times dx)$ の意味 微小差 dx と、区間 dx 上の x での $f(x)$ とを掛算し、a から b までの総和を求める。この後、×と( )を省略する。 追記: 特に、この表現により、大学数学で出てくる、たとえば、重積分の公式 $\int_c^d \left\{\int_a^b f(x,y)dx\right\}dy=\int_c^d dy\int_a^b f(x,y)dx$ ルベーグ積分 $\int_E fd\mu$ 、面積分 $\int_\Omega fdS$ 等の意味が簡単に理解できると思う。

４　引用

[1]近世数学の歴史
　初版第３刷 P236-238
　著者　　中村幸四郎
　発行者　大石進
　発行所　日本評論社
[2]2018 年度　数学教育学会
　夏季研究会（関東エリア）　発表予稿集　P30-32