積分の記号の研究

鈴木　啓一、山形県

自己紹介

現住所	山形県
年齢	67歳
学歴	新潟大学理学部数学科
職業	会社員→定年
研究分野	解析学・複素関数論
ホームページ	「こだわりハウス」　http://szkkei.main.jp/
	「こだわりハウス」>　自作の数学

例: $\int ydx + \int xdy = xy + C$

$e^{i\pi} = -1$ の幾何的解釈

$a + bi + cj + dij = \|Z\| e^{i\theta_i + j\theta_j + ij\theta_{ij}}$

マイナス微分　・・・・・・・・・・

「こだわりハウス」>リンク集>数学の参考文献

さまざま原書のリンクあり

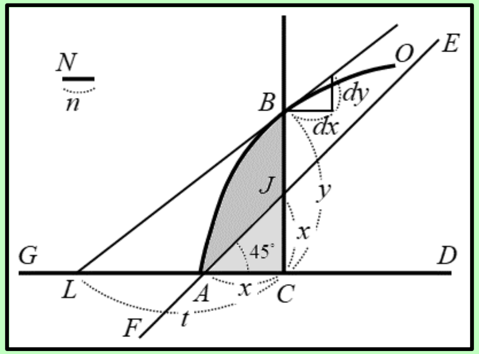
発表の概要

１　$\int_a^b f(x)dx$ の意味は $\int_a^b \left(f(x)\times dx \right)$ なので dx は微小差、一方、不定積分において dx の x を積分変数と呼ぶことの妥当性

２「ライプニッツは Summa（和）の頭文字 S を縦に伸ばして、積分の記号を $\int$ とした」の信憑性

３「ライプニッツは $\int$ を使う前は $\sum$ を使った」の信憑性

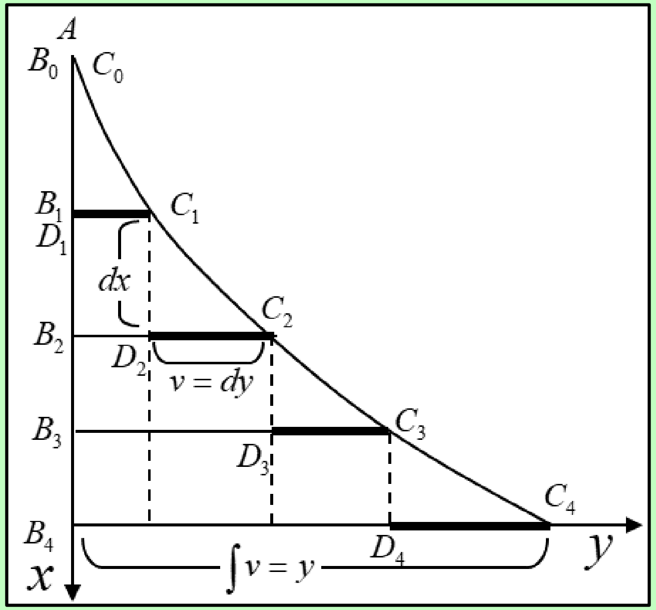
1　積分変数と呼ぶことの妥当性
ライプニッツの功績の考察

ライプニッツ著作集２ (P213) 1676/7 逆接線法	考察
$\frac{d\bar{x}}{d\bar{y}} \sqcap \frac{n}{y-x}$ $d\bar{x}y - xd\bar{x} \sqcap d\bar{y}n$ $\int d\bar{x}y - \int \overline{xd\bar{x}} \sqcap n\int d\bar{y}$ …… 	●$\frac{d\bar{x}}{d\bar{y}} \sqcap \frac{n}{y-x}$ の両辺に $d\bar{y}(y-x)$ を掛けると、 $d\bar{x}y - xd\bar{x} \sqcap d\bar{y}n \Longrightarrow d\bar{x}\times y - x\times d\bar{x} \sqcap d\bar{y}\times n$ 差分$\left(d\bar{x}y - xd\bar{x}\right)$の総和と、差分$\left(d\bar{y}n\right)$の総和も等しい。 $\int d\bar{x}y - \int \overline{xd\bar{x}} \sqcap n\int d\bar{y} \Longrightarrow \int\left(d\bar{x}\times y\right) - \int\left(x\times d\bar{x}\right) \sqcap n\times\int d\bar{y}$ ●不可分法により、$d\bar{x}\times y$ とは「線分の太さ×線分の長さ」 ●$\int d\bar{x}y$ とは $\int yd\bar{x}$ のことである。交換法則が成立つ。 ●文献には、式のみの記載で $\int$ とdとの組合せの説明はない。

1　積分変数と呼ぶことの妥当性
ライプニッツの功績の考察

ライプニッツ著作集2(PP.37-38)　1695 年

ライプニッツは「微分計算と積分計算が逆である」
と考えたことが記載されている。



「$B_1C_1 + D_2C_2 + D_3C_3 + D_4C_4 = B_4C_4 = y$

微分（微小差）dy の積分（総和）が y となるので、

$\int dy = y$ が成り立つ。

y の間の微分の積分は y 自身に戻る」と記載されている。

「微分の逆演算」という性質を発見している。

（注：図については、一部変更している。

　例：B_2C_2 をライプニッツは $_2B_2C$ とした。）

現代風に表記すると、$\int \frac{dy}{dx} dx = y$　のことである。

1676/7 dx：線分の太さ　⇒　1695 dx:線分の間隔

1　積分変数と呼ぶことの妥当性
ライプニッツの考え方の総括

- $d\bar{x}y - xd\bar{x} \sqcap d\bar{y}n$

  $\int d\bar{x}y - \int \overline{xd\bar{x}} \sqcap n\int d\bar{y}$

  式のみが記載されていて、式の変換の説明はない。

  「$\int$　と d との組み合わせの由来」は記載されていない。

- 「微分計算と積分計算が逆である」の説明

  ライプニッツ著作集2(PP.37-38)　1695 年微分と積分との関係

  2 ページを使って説明している。

ライプニッツは、一般関数の積分の計算方法が「微分の逆演算」ということを重要視したと考えられる。

1　積分変数と呼ぶことの妥当性
高校で扱う積分の考察

記号	$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)\Delta x$	$\int_a^b f(x)\,dx$
	区分求積法	

区分求積法 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f(x_i)\Delta x$ について

作られた時期	ライプニッツ没後の約140年後、1854年リーマンの論文
当時の問題点	フーリエ係数 $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos nx dx, \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin nx dx$ が存在するかどうか？
理由・目的	積分値が存在するための必要十分条件を証明するため。

「区分求積法で計算しなさい」とは記載されていない。
区分求積法による計算方法は、計算練習としてはいいが、歴史的には要求されていない。

１　積分変数と呼ぶことの妥当性
大学で扱う積分の考察

大学で扱う積分の種類

名称	記号
重積分	$\int_a^b \int_c^d f(x,y)\,dxdy$
線積分	$\int_C f\,dx_i$
面積分	$\int_S f\,dS$
複素積分	$\int_C f(z)\,dz$
ベクトル関数の積分	$\int_a^b \boldsymbol{A}(t)\,dt$

区分求積法で定義されていて、リーマン積分とよばれる。

具体的な関数の積分の計算方法は、変数を置き換え（置換積分等）し微分の逆演算をする方法である。
特に複素関数の場合、留数による計算方法もある。

区分求積法による計算はしない。

1　積分変数と呼ぶことの妥当性

ライプニッツの功績・高校で扱う積分・大学で扱う積分より、

積分の記号の由来より、 微分の逆演算と扱うことが重要

演算記号という観点から $\int_a^b f(x)\,dx$ を言葉でいうと「 $f(x)$ を x で積分する」となる。

dx の x を積分変数と呼ぶことは妥当

２「ライプニッツはsumma（和）の頭文字Sを縦に伸ばして積分記号∫とした」の信憑性

ライプニッツ著作集２（P.165）

「この箇所で数学史上初めて∫が導入された。これはラテン語summa（和）の頭文字Sの当時用いられていた書体である」
と解説が記載されている。

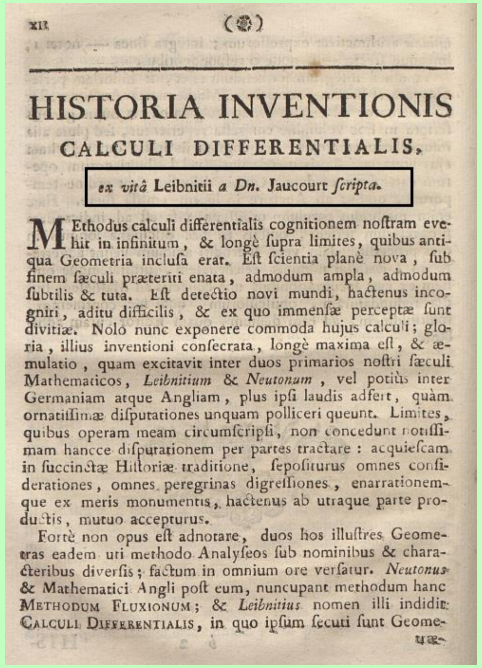
この信憑性を調査する。

２ 「ライプニッツはsumma（和）の頭文字Sを縦に伸ばして積分記号 ∫ とした」の信憑性

ライプニッツ(1646–1716)の原書を調査

Universidad de Valladolid（バリャドリッド大学）
Gothofredi Guillelmi Leibnitii...Opera omnia（ライプニッツ作品集、ラテン語）
https://uvadoc.uva.es/handle/10324/43555
https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/43555/SC_05909.pdf?sequence=1&isAllowed=y

序文VIIページ

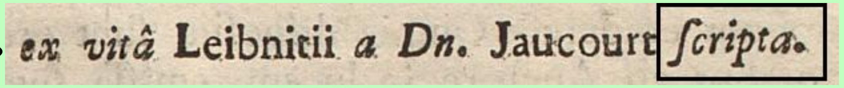

xii

HISTORIA INVENTIONIS
CALCULI DIFFERENTIALIS,

ex vitâ Leibnitii a Dn. Jaucourt ſcripta.

Methodus calculi differentialis cognitionem noſtram evehit in infinitum, & longè ſupra limites, quibus antiqua Geometria incluſa erat. Eſt ſcientia planè nova, ſub finem ſæculi præteriti enata, admodum ampla, admodum ſubtilis & tuta. Eſt detectio novi mundi, hactenus incogniti, aditu difficilis, & ex quo immenſæ perceptæ ſunt divitiæ. Nolo nunc exponere commoda hujus calculi; gloria, illius inventioni conſecrata, longè maxima eſt, & æmulatio, quam excitavit inter duos primarios noſtri ſæculi Mathematicos, *Leibnitium* & *Neutonum*, vel potiùs inter Germaniam atque Angliam, plus ipſi laudis adfert, quàm ornatiſſimæ diſputationes unquam polliceri queunt. Limites, quibus operam meam circumſcripſi, non concedunt notiſſimam hancce diſputationem per partes tractare: acquieſcam in ſuccinctæ Hiſtoriæ traditione, ſepoſiturus omnes conſiderationes, omnes peregrinas digreſſiones, enarrationemque ex meris monumentis, hactenus ab utraque parte productis, mutuo accepturus.

Fortè non opus eſt adnotare, duos hos illuſtres Geometras eadem uti methodo Analyſeos ſub nominibus & characteribus diverſis; factum in omnium ore verſatur. *Neutonus* & Mathematici Angli poſt eum, nuncupant methodum hanc METHODUM FLUXIONUM; & *Leibnitius* nomen illi indidit CALCULI DIFFERENTIALIS, in quo ipſum ſecuti ſunt Geome-
træ

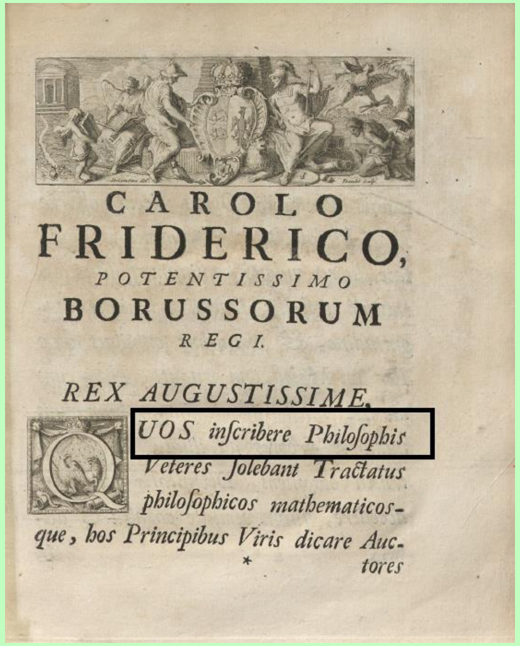

ex vitâ Leibnitii a Dn. Jaucourt ſcripta.

英語では「script」に相当すると考えられる。

２ 「ライプニッツはsumma（和）の頭文字Sを縦に伸ばして積分記号 ∫ とした」の信憑性
ヨハンベルヌイ(1667-1748)の原書を調査

Universidad de Valladolid（バリャドリッド大学）
Jahannis Bernoulli Opera Omnia Tomus Primus（ヨハンベルヌイ作品集1、ラテン語）
https://uvadoc.uva.es/handle/10324/49380
https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/49380/SC_07280.pdf?sequence=1&isAllowed=y

IページのEpistola（手紙）

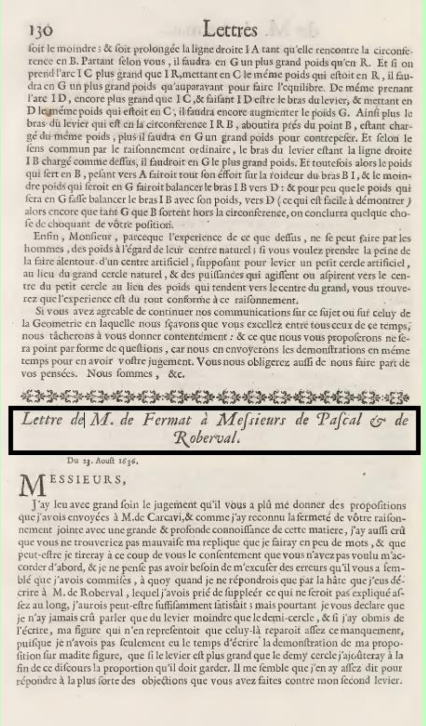


英語では「inscribe」「philosophic」に相当すると考えられる。

２ 「ライプニッツはsumma（和）の頭文字Sを縦に伸ばして積分記号 ∫ とした」の信憑性
フェルマー(1601-1665)の原書を調査

Varia Opera Mathematica Petris de Fermat（フェルマーの「さまざま数学」、フランス語）
https://archive.org/0/items/variaoperamathe00ferm/variaoperamathe00ferm.pdf

130ページのLettres（手紙）



130 Lettres

ſoit le moindre ; & ſoit prolongée la ligne droite I A tant qu'elle rencontre la circonference en B. Partant ſelon vous, il faudra en G un plus grand poids qu'en R. Et ſi on prend l'arc I C plus grand que I R, mettant en C le méme poids qui eſtoit en R, il faudra en G un plus grand poids qu'auparavant pour faire l'equilibre. De méme prenant l'arc I D, encore plus grand que I C, & faiſant I D eſtre le bras du levier, & mettant en D le méme poids qui eſtoit en C, il faudra encore augmenter le poids G. Ainſi plus le bras du levier qui eſt en la circonference I R B, aboutira prés du point B, eſtant chargé du méme poids, plus il faudra en G un grand poids pour contrepeſer. Et ſelon le ſens commun par le raiſonnement ordinaire, le bras du levier eſtant la ligne droite I B chargé comme deſſus, il faudroit en G le plus grand poids. Et toutefois alors le poids qui ſert en B, peſant vers A fairoit tout ſon éffort ſur la roideur du bras B I, & le moindre poids qui ſeroit en G fairoit balancer le bras I B vers D : & pour peu que le poids qui ſera en G faſſe balancer le bras I B avec ſon poids, vers D (ce qui eſt facile à démontrer) alors encore que tant G que B ſortent hors la circonference, on conclurra quelque choſe de choquant de vôtre poſition.

Enfin, Monſieur, parceque l'experience de ce que deſſus, ne ſe peut faire par les hommes, des poids à l'égard de leur centre naturel ; ſi vous voulez prendre la peine de la faire alentour d'un centre artificiel, ſuppoſant pour levier un petit cercle artificiel, au lieu du grand cercle naturel, & des puiſſances qui agiſſent ou aſpirent vers le centre du petit cercle au lieu des poids qui tendent vers le centre du grand, vous trouverez que l'experience eſt du tout conforme à ce raiſonnement.

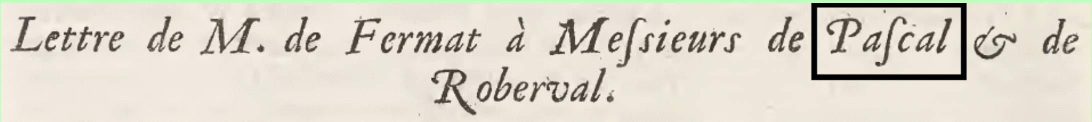
Si vous avez agreable de continuer nos communications ſur ce ſujet ou ſur celuy de la Geometrie en laquelle nous ſçavons que vous excellez entre tous ceux de ce temps, nous tâcherons à vous donner contentement : & ce que nous vous propoſerons ne ſera point par forme de queſtions, car nous en envoyerons les demonſtrations en méme temps pour en avoir voſtre jugement. Vous nous obligerez auſſi de nous faire part de vos penſées. Nous ſommes, &c.

Lettre de M. de Fermat à Meſsieurs de Paſcal & de Roberval.

Du 23. Aouſt 1636.

MESSIEURS,

J'ay leu avec grand ſoin le jugement qu'il vous a plû me donner des propoſitions que j'avois envoyées à M. de Carcavi, & comme j'ay reconnu la fermeté de vôtre raiſonnement jointe avec une grande & profonde connoiſſance de cette matiere, j'ay auſſi crû que vous ne trouveriez pas mauvaiſe ma replique que je fairay en peu de mots, & que peut-eſtre je tireray à ce coup de vous le conſentement que vous n'avez pas voulu m'accorder d'abord, & je ne penſe pas avoir beſoin de m'excuſer des erreurs qu'il vous a ſemblé que j'avois commiſes, à quoy quand je ne répondrois que par la hâte que j'eus d'écrire à M. de Roberval, lequel j'avois prié de ſuppleér ce qui ne ſeroit pas expliqué aſſez au long, j'aurois peut-eſtre ſuffiſamment ſatisfait ; mais pourtant je vous declare que je n'ay jamais crû parler que du levier moindre que le demi-cercle, & ſi j'ay obmis de l'écrire, ma figure qui n'en repreſentoit que celuy-là reparoit aſſez ce manquement, puiſque je n'avois pas ſeulement eu le temps d'écrire la demonſtration de ma propoſition ſur madite figure, que ſi le levier eſt plus grand que le demy cercle j'ajoûteray à la fin de ce diſcours la proportion qu'il doit garder. Il me ſemble que j'en ay aſſez dit pour répondre à la plus ſorte des objections que vous avez faites contre mon ſecond levier.

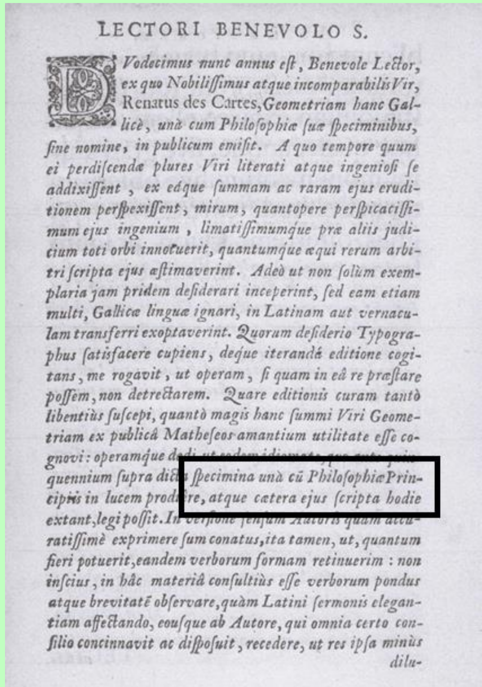


明らかに「Pascal」のことである。

２ 「ライプニッツはsumma（和）の頭文字Sを縦に伸ばして積分記号 ∫ とした」の信憑性
デカルト(1596-1650)の原書を調査

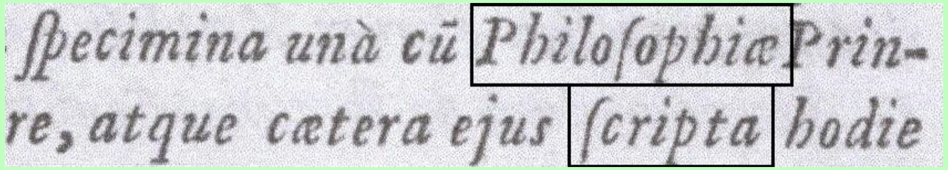
Geometria a Renato Des Cartes anno 1637（デカルトの方法序説（幾何学）、ラテン語）
https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b8601510z/

Lectori Benevolo S
（親愛なる読者の皆様）


LECTORI BENEVOLO S.

DVodecimus nunc annus eſt, Benevole Lector, ex quo Nobiliſſimus atque incomparabilis Vir, Renatus des Cartes, Geometriam hanc Gallicè, unà cum Philoſophiæ ſuæ ſpeciminibus, ſine nomine, in publicum emiſit. A quo tempore quum ei perdiſcendæ plures Viri literati atque ingenioſi ſe addixiſſent, ex eâque ſummam ac raram ejus eruditionem perſpexiſſent, mirum, quantopere perſpicaciſſimum ejus ingenium, limatiſſimumque præ aliis judicium toti orbi innotuerit, quantumque æqui rerum arbitri ſcripta ejus æſtimaverint. Adeò ut non ſolùm exemplaria jam pridem deſiderari inceperint, ſed eam etiam multi, Gallicæ linguæ ignari, in Latinam aut vernaculam transferri exoptaverint. Quorum deſiderio Typographus ſatisfacere cupiens, deque iterandâ editione cogitans, me rogavit, ut operam, ſi quam in eâ re præſtare poſſem, non detrectarem. Quare editionis curam tantò libentiùs ſuſcepi, quantò magis hanc ſummi Viri Geometriam ex publicâ Matheſeos amantium utilitate eſſe cognovi: operamque d… quennium ſupra dic… ſpecimina unà cũ Philoſophiæ Principiis in lucem prod…re, atque cætera ejus ſcripta hodie extant, legi poſſit. In … ratiſſimè exprimere ſum conatus, ita tamen, ut, quantum fieri potuerit, eandem verborum formam retinuerim: non inſcius, in hâc materiâ conſultiùs eſſe verborum pondus atque brevitatẽ obſervare, quàm Latini ſermonis elegantiam affectando, eouſque ab Autore, qui omnia certo conſilio concinnavit ac diſpoſuit, recedere, ut res ipſa minùs dilu-

⇨


ſpecimina unà cũ Philoſophiæ Prin-
re, atque cætera ejus ſcripta hodie

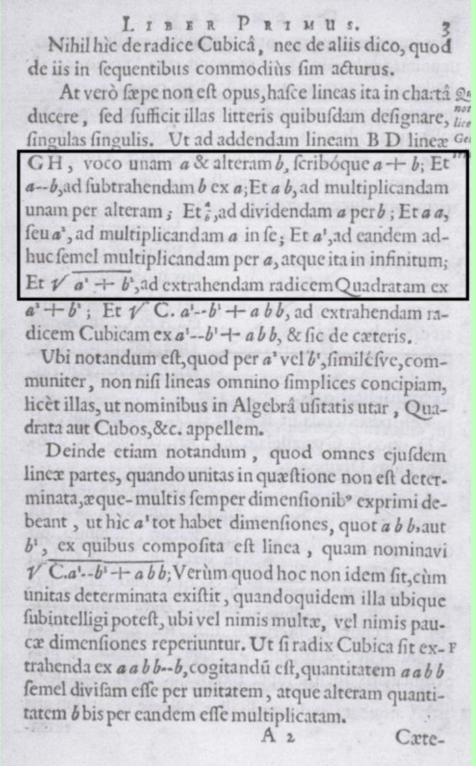
英語では「philosophy」「script」に相当すると考えられる。

２ 「ライプニッツはsumma（和）の頭文字Sを縦に伸ばして積分記号 ∫ とした」の信憑性

デカルト(1596-1650)の原書を調査

Geometria a Renato Des Cartes anno 1637（デカルトの方法序説（幾何学）、ラテン語）
https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b8601510z/

３ページ



LIBER PRIMUS. 3

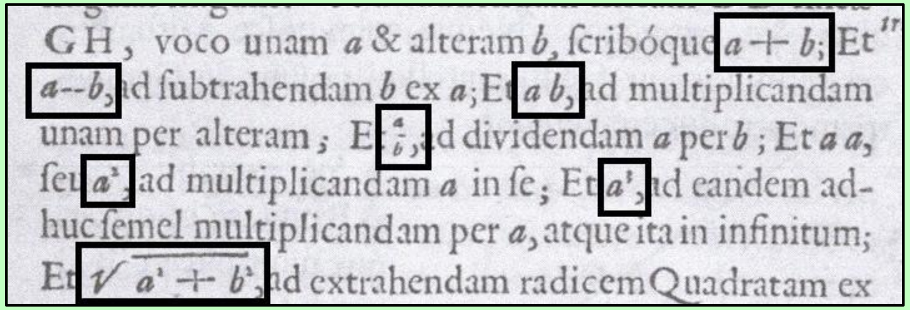
Nihil hìc de radice Cubicâ, nec de aliis dico, quod de iis in ſequentibus commodiùs ſim acturus.

At verò ſæpe non eſt opus, haſce lineas ita in chartâ ducere, ſed ſufficit illas litteris quibuſdam deſignare, ſingulas ſingulis. Ut ad addendam lineam B D lineæ GH, voco unam a & alteram b, ſcribóque $a+b$; Et $a--b$, ad ſubtrahendam b ex a; Et $a\,b$, ad multiplicandam unam per alteram; Et $\frac{a}{b}$, ad dividendam a per b; Et $a\,a$, ſeu a^2, ad multiplicandam a in ſe; Et a^3, ad eandem adhuc ſemel multiplicandam per a, atque ita in infinitum; Et $\sqrt{a^2+b^2}$, ad extrahendam radicem Quadratam ex a^2+b^2; Et $\sqrt{C.\,a^3--b^3+a\,b\,b}$, ad extrahendam radicem Cubicam ex $a^3--b^3+a\,b\,b$, & ſic de cæteris.

Ubi notandum eſt, quod per a^2 vel b^3, ſimiléſve, communiter, non niſi lineas omnino ſimplices concipiam, licèt illas, ut nominibus in Algebrâ uſitatis utar, Quadrata aut Cubos, &c. appellem.

Deinde etiam notandum, quod omnes ejuſdem lineæ partes, quando unitas in quæſtione non eſt determinata, æque-multis ſemper dimenſionib⁹ exprimi debeant, ut hìc a^3 tot habet dimenſiones, quot $a\,b\,b$, aut b^3, ex quibus compoſita eſt linea, quam nominavi $\sqrt{C.\,a^3--b^3+a\,b\,b}$; Verùm quod hoc non idem ſit, cùm unitas determinata exiſtit, quandoquidem illa ubique ſubintelligi poteſt, ubi vel nimis multæ, vel nimis paucæ dimenſiones reperiuntur. Ut ſi radix Cubica ſit extrahenda ex $a\,a\,b\,b--b$, cogitandū eſt, quantitatem $a\,a\,b\,b$ ſemel diviſam eſſe per unitatem, atque alteram quantitatem b bis per eandem eſſe multiplicatam.

A 2 Cæte-



GH, voco unam a & alteram b, ſcribóque $a+b$; Et $a--b$, ad ſubtrahendam b ex a; Et $a\,b$, ad multiplicandam unam per alteram; Et $\frac{a}{b}$, ad dividendam a per b; Et $a\,a$, ſeu a^2, ad multiplicandam a in ſe; Et a^3, ad eandem adhuc ſemel multiplicandam per a, atque ita in infinitum; Et $\sqrt{a^2+b^2}$, ad extrahendam radicem Quadratam ex

$$a+b, a-b$$

$$ab, \frac{a}{b}, a^2, a^3$$

$$\sqrt{a^2+b^2}$$

掛算記号×が省略されている。

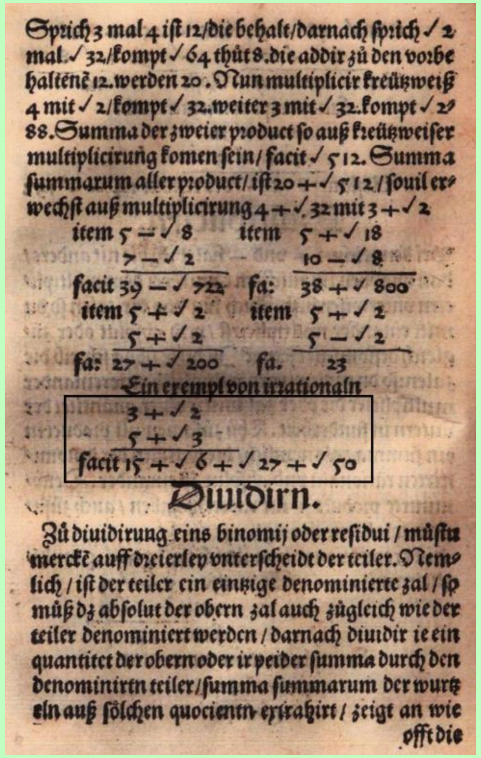
⇒ ライプニッツは、この記法を継承し、積分の記号で×を省略したと考えられる。

２「ライプニッツはsumma（和）の頭文字Sを縦に伸ばして積分記号 ∫ とした」の信憑性

クリストフ・ルドルフ(1499-1543)の原書を調査（デカルトの時代から100年前）

Behend vnnd Hubsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre so gemeinlicklich die Coss Genent werden
（ルドルフ、代数の巧みな計算、ドイツ語）
https://www.digitale-sammlungen.de/de/view/bsb11267680?page=1

46ページ


Sprich 3 mal 4 ist 12/die behalt/darnach sprich √ 2 mal √ 32/kompt √ 64 thůt 8. die addir zů den vorbehaltenē 12. werden 20. Nun multiplicir kreützweiß 4 mit √ 2/kompt √ 32. weiter 3 mit √ 32. kompt √ 288. Summa der zweier product so auß kreützweiser multiplicirung komen sein/ facit √ 512. Summa summarum aller product/ ist 20 + √ 512/ souil erwechst auß multiplicirung 4 + √ 32 mit 3 + √ 2

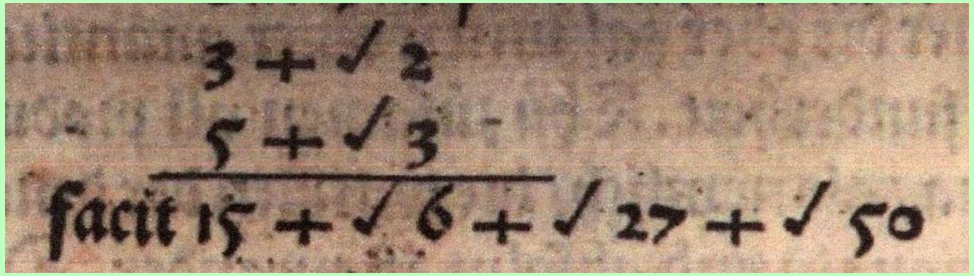
item 5 − √ 8	item 5 + √ 18
7 − √ 2	10 − √ 8
facit 39 − √ 722	fa: 38 + √ 800
item 5 + √ 2	item 5 + √ 2
5 + √ 2	5 − √ 2
fa: 27 + √ 200	fa. 23

Ein exempl von irrationaln

3 + √ 2
5 + √ 3
facit 15 + √ 6 + √ 27 + √ 50

Diuidirn.

Zů diuidirung eins binomij oder residui / můst u mercke auff dreierley vnterscheidt der teiler. Nemlich / ist der teiler ein eintzige denominierte zal / so můß dz absolut der obern zal auch zůgleich wie der teiler denominiert werden / darnach diuidir ie ein quantitet der obern oder ir peider summa durch den denominirtn teiler/ summa summarum der wurtzeln auß sölchen quocientn extrahirt / zeigt an wie offt die



$$\left(3+\sqrt{2}\right)\left(5+\sqrt{3}\right)=15+\sqrt{6}+\sqrt{27}+\sqrt{50}$$

四則演算記号、加法(＋)・減法(—)・除法(分数)・平方根(√ ̄)が記載されていた。ただし、乗法(×)の記号はなかった。最初に√ ̄を使った人がルドルフ？

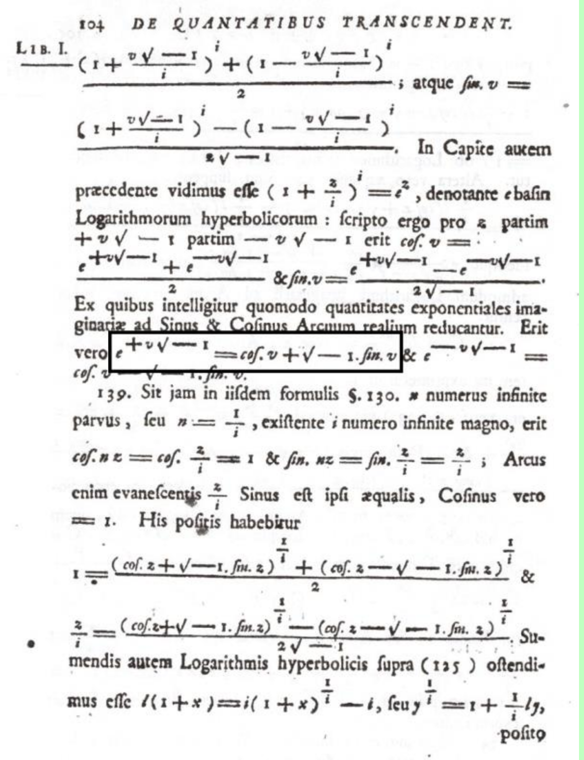
⇒

デカルトは、変数による四則演算を創出したと考えられる。

２「ライプニッツはsumma（和）の頭文字Sを縦に伸ばして積分記号 ∫ とした」の信憑性
オイラー(1707-1783)の原書を調査

Introductio in analysin infinitorum volume 1（無限解析序説第1巻、ラテン語）
https://scholarlycommons.pacific.edu/euler-works/101/

104ページ



104 *DE QUANTATIBUS TRANSCENDENT.*

LIB. I.

$$\frac{(1+\frac{v\sqrt{-1}}{i})^i+(1-\frac{v\sqrt{-1}}{i})^i}{2}$$; atque $\mathit{fin}.\,v =$

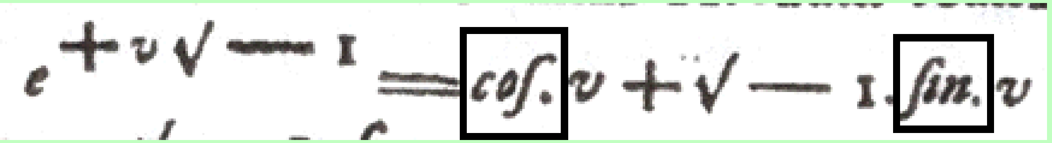
$$\frac{(1+\frac{v\sqrt{-1}}{i})^i-(1-\frac{v\sqrt{-1}}{i})^i}{2\sqrt{-1}}.$$ In Capite autem præcedente vidimus esse $(1+\frac{z}{i})^i = e^z$, denotante e basin Logarithmorum hyperbolicorum: scripto ergo pro z partim $+v\sqrt{-1}$ partim $-v\sqrt{-1}$ erit $\mathit{cof}.\,v = \frac{e^{+v\sqrt{-1}}+e^{-v\sqrt{-1}}}{2}$ & $\mathit{fin}.\,v = \frac{e^{+v\sqrt{-1}}-e^{-v\sqrt{-1}}}{2\sqrt{-1}}$. Ex quibus intelligitur quomodo quantitates exponentiales imaginariæ ad Sinus & Cofinus Arcuum realium reducantur. Erit vero $\boxed{e^{+v\sqrt{-1}} = \mathit{cof}.\,v+\sqrt{-1}.\,\mathit{fin}.\,v}$ & $e^{-v\sqrt{-1}} = \mathit{cof}.\,v-\sqrt{-1}.\,\mathit{fin}.\,v$.

139. Sit jam in iisdem formulis §. 130. z numerus infinite parvus, seu $n = \frac{1}{i}$, existente i numero infinite magno, erit $\mathit{cof}.\,nz = \mathit{cof}.\,\frac{z}{i} = 1$ & $\mathit{fin}.\,nz = \mathit{fin}.\,\frac{z}{i} = \frac{z}{i}$; Arcus enim evanescentis $\frac{z}{i}$ Sinus est ipsi æqualis, Cofinus vero $= 1$. His positis habebitur

$$1 = \frac{(\mathit{cof}.\,z+\sqrt{-1}.\,\mathit{fin}.\,z)^{\frac{1}{i}}+(\mathit{cof}.\,z-\sqrt{-1}.\,\mathit{fin}.\,z)^{\frac{1}{i}}}{2}$$ &

$$\frac{z}{i} = \frac{(\mathit{cof}.\,z+\sqrt{-1}.\,\mathit{fin}.\,z)^{\frac{1}{i}}-(\mathit{cof}.\,z-\sqrt{-1}.\,\mathit{fin}.\,z)^{\frac{1}{i}}}{2\sqrt{-1}}.$$ Sumendis autem Logarithmis hyperbolicis supra (125) ostendimus esse $l(1+x) = i(1+x)^{\frac{1}{i}}-i$, seu $y^{\frac{1}{i}} = 1+\frac{1}{i}ly$,

posito



$$e^{+v\sqrt{-1}} = \boxed{\mathit{cof}.}\,v+\sqrt{-1}.\,\boxed{\mathit{fin}.}\,v$$

オイラーの公式 $\boxed{e^{v\sqrt{-1}} = \cos v+\sqrt{-1}\sin v}$ です。

Cos のs、Sinのsが縦に伸ばされてます。

２「ライプニッツはsumma（和）の頭文字Sを縦に伸ばして積分記号∫とした」の信憑性

ライプニッツは、慣習にしたがってSを∫にした。
∫はライプニッツの特別な創作ではない。

３「ライプニッツは ∫ を使う前は Σ を使った」の信憑性

タイトルの理由

中村幸四郎(1999,P.212)
近世数学の歴史

いま，数列 $a, b, \cdots, z$ までの項の数が x であるとき

$$1+1+\cdots+1=x$$

$$1+2+3+\cdots=\sum x$$

$$1+1+2+1+2+3+\cdots=\sum\sum x \qquad \text{等}$$

とおけば

$$a=x\cdot da-\sum x\cdot d^2a+\sum\sum x\cdot d^3a-\sum^3 x\cdot d^4a \qquad (3)$$

ライプニッツは「歴史と起源」では $\sum$ を和の記号 $\int$ で表わし，$\sum x$, $\sum\sum x$, $\sum^3 x$ の代りにそれぞれ

$$\int x, \quad \int\int x, \quad \int^3 x$$

を使っています．このようにするとき (3) に対応して

$$a-\omega=x\cdot da-\int x\cdot d^2a+\int\int x\cdot d^3a-\int^3 x\cdot d^4a+\text{etc.} \qquad (4)$$

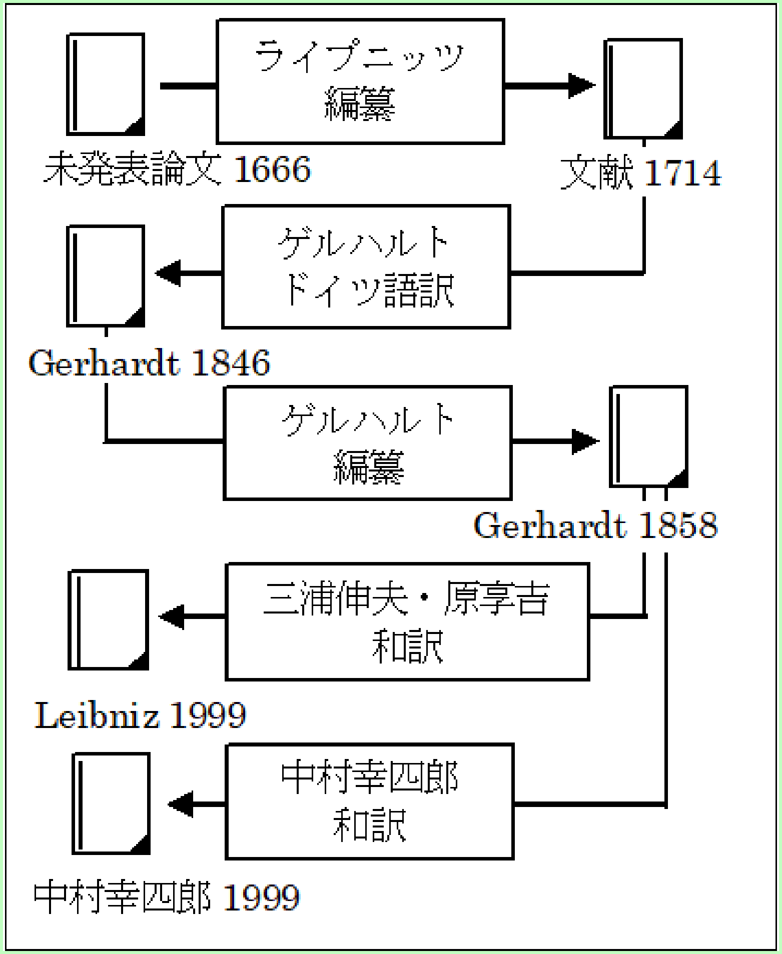
ここで ω は最終項の意味です．またこの等式から，容易に次の式が導かれ

Gottfried Wilhelm Leibniz(1999,P.314)
ライプニッツ著作集３

記号 $d,\int$ は作っても Δ,Σ に相当する記号は持たず、「微分」「積分」おも diffesentia,summa と呼び続けようとしたライプニッツの「こだわり」を見るのは、誤りであろうか。

３ 「ライプニッツは ∫ を使う前は Σ を使った」の信憑性

「歴史と起源」の引用フロー



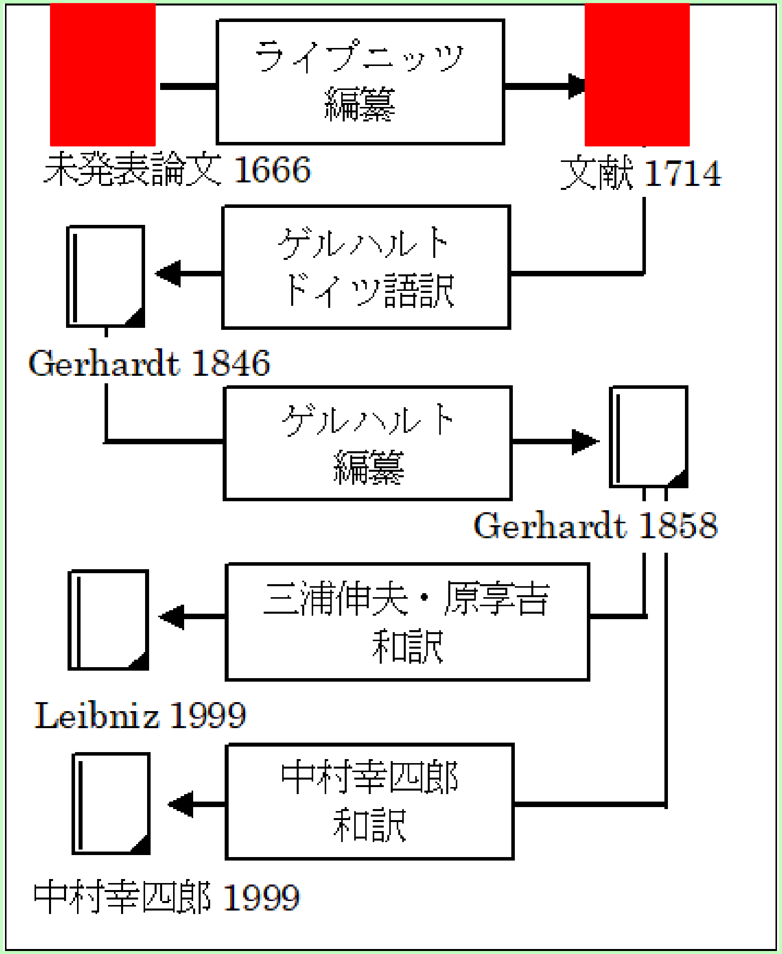
未発表論文1666:ライプニッツの学位論文

文献1714: 1714末～1716年にライプニッツが編纂した文献

Gerhardt 1846: C.I.Gerhardt (1846,PP.1-6)
「Historia et origo calculi differentialis」
「微分算の歴史と起源」
Gerhardt 1858: C.I.Gerhardt(1858,PP.392-398)
「Leibnizens mathematische Schriften」
「ライプニッツの数学著作集」
Leibniz 1999: Gottfried Wilhelm Leibniz (1999,PP.305-315)
「ライプニッツ著作集3」
中村幸四郎1999: 中村幸四郎(1999,PP.211-212)
「近世数学の歴史」

３「ライプニッツは ∫ を使う前は Σ を使った」の信憑性

ライプニッツの学位論文
1714末～1716年にライプニッツが編纂した文献



- ライプニッツ著作集3(P.305)から引用
  「LMG,V,392-410・・・1714年の秋ごろから執筆され、ライプニッツの死の直後の1715-16年頃に中断された断片である」
  文献1714の表題は、日本名「微分算の歴史と起源」。

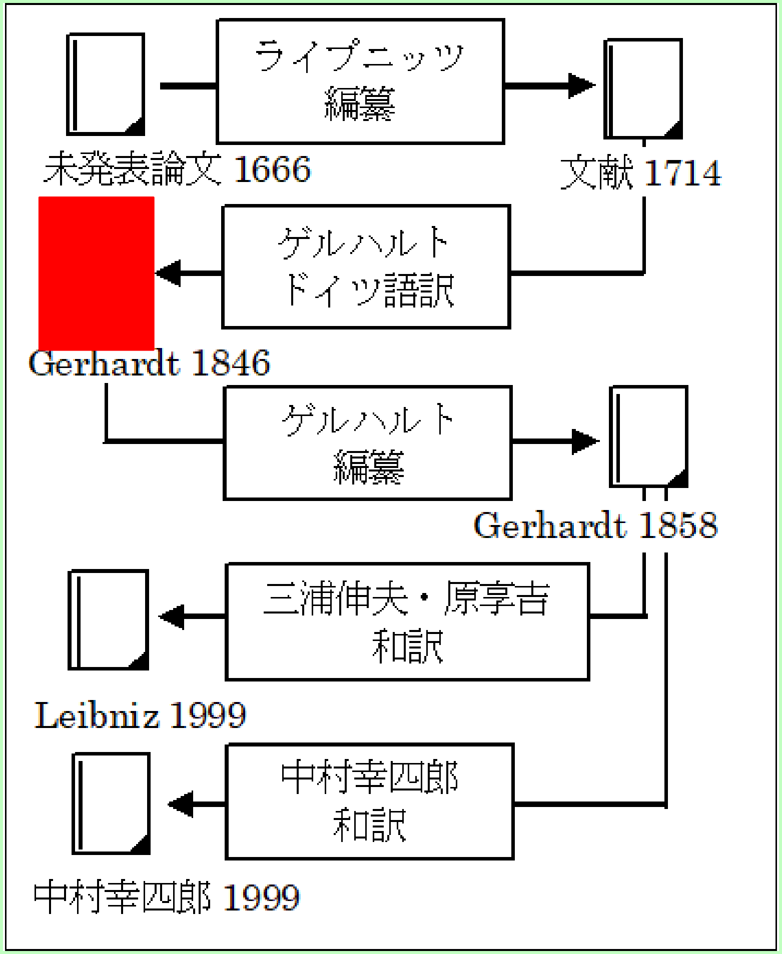
- 近世数学の歴史(P.210)から引用
  「生前未発表の論稿『微分算の歴史と起源』・・・」
  文献1714も未発表である。

- 近世数学の歴史(P.211)から引用
  「最初の論文『組合せ論』および『歴史と起源』の中に・・・」
  文献1714は、論文以降のことを再執筆した考えられる。

- 東京大学大学院数理科学研究科および東京大学理学部
  2014 年度冬学期に開講された「数学史」講義
  https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~kawazumi/Nakane150106.pdf
  「微分算の歴史と起源、ニュートンとの先取権論争に対するライプニッツの弁明(1846年公刊)」
  ニュートンへの手紙（1846年ゲルハルトによる出版）

３ 「ライプニッツは ∫ を使う前は Σ を使った」の信憑性

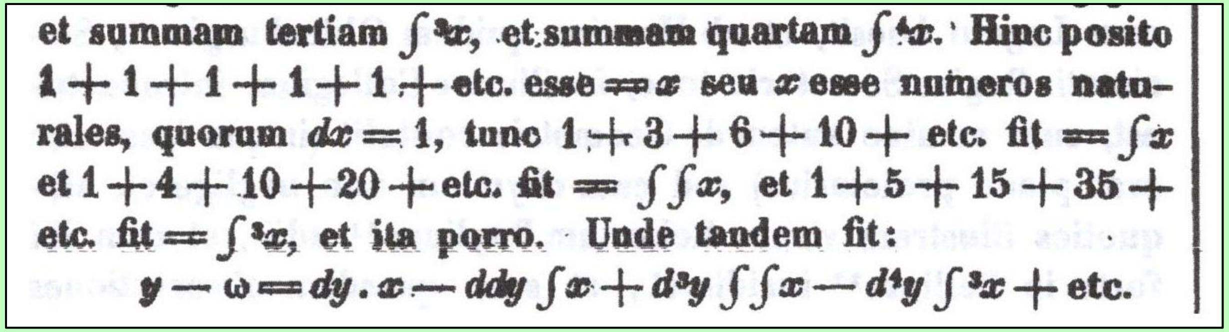
「Historia et origo calculi differentialis」
「微分算の歴史と起源」



近世数学の歴史(PP.220-221)から引用

「最初のこの手稿に取り組んだのは、ゲルハルトでありました。… Historia et origo calculi differentialis…という出版物を出しておりますが、」

Gerhardt 1846(P.6)



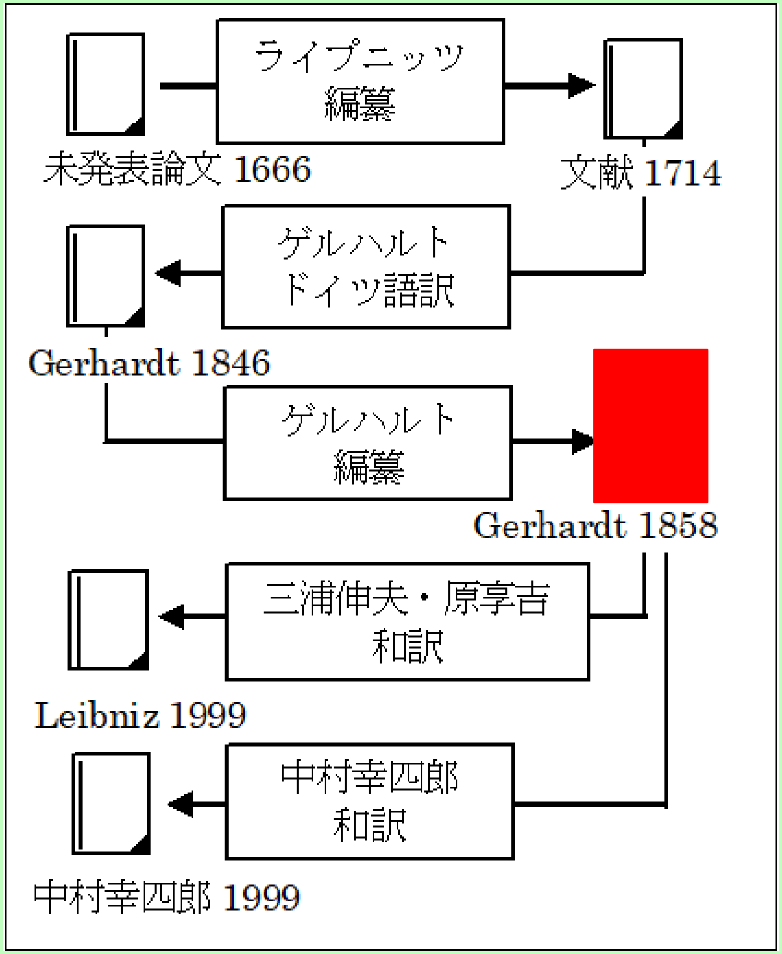
et summam tertiam $\int^3 x$, et summam quartam $\int^4 x$. Hinc posito $1+1+1+1+1+$ etc. esse $= x$ seu x esse numeros naturales, quorum $dx = 1$, tunc $1+3+6+10+$ etc. fit $= \int x$ et $1+4+10+20+$ etc. fit $= \int\int x$, et $1+5+15+35+$ etc. fit $= \int^3 x$, et ita porro. Unde tandem fit:

$$y - \omega = dy.x - ddy\int x + d^3y\int\int x - d^4y\int^3 x + \text{etc.}$$

Σの記載はない。

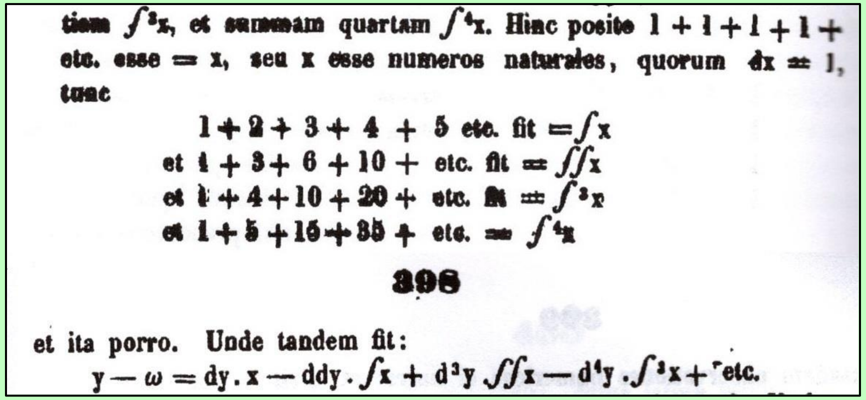
３ 「ライプニッツは ∫ を使う前は Σ を使った」の信憑性

「Leibnizens mathematische Schriften」
「ライプニッツの数学著作集」



Gerhardt 1846 及びその他文献がGerhardt 1858 に掲載されている。
Gerhardt 1846の総ページ数５０
Gerhardt 1858の総ページ数４１８
Gerhardt 1846のPP.１－２０「微分算の歴史と起源」
⇒ Gerhardt 1858のPP.３９２－４１０

Gerhardt 1858 (PP.397-398)



tiem $\int^3 x$, et summam quartam $\int^4 x$. Hinc posito $1+1+1+1+$ etc. esse $= x$, seu x esse numeros naturales, quorum $dx = 1$, tunc

$$1+2+3+4+5 \text{ etc. fit } = \int x$$
$$\text{et } 1+3+6+10+ \text{ etc. fit } = \int\int x$$
$$\text{et } 1+4+10+20+ \text{ etc. fit } = \int^3 x$$
$$\text{et } 1+5+15+35+ \text{ etc. } = \int^4 x$$

398

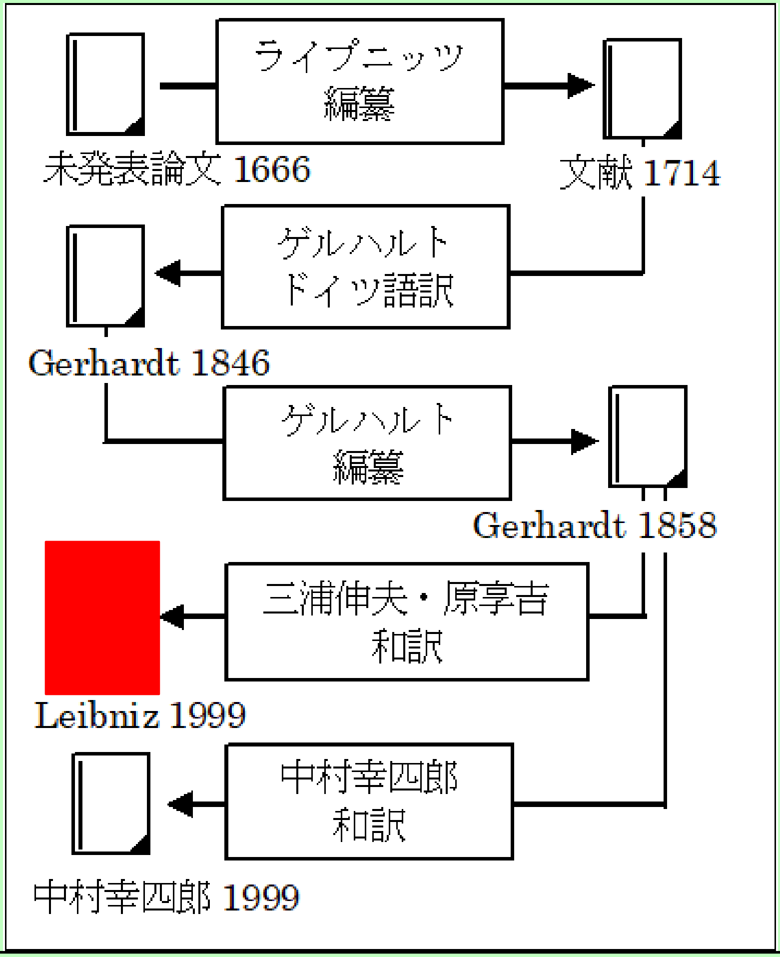
et ita porro. Unde tandem fit:

$$y-\omega = dy.x - ddy.\int x + d^3y \int\int x - d^4y.\int^3 x + \text{etc.}$$

Σの記載はない。

３「ライプニッツは ∫ を使う前は Σ を使った」の信憑性

「ライプニッツ著作集３」



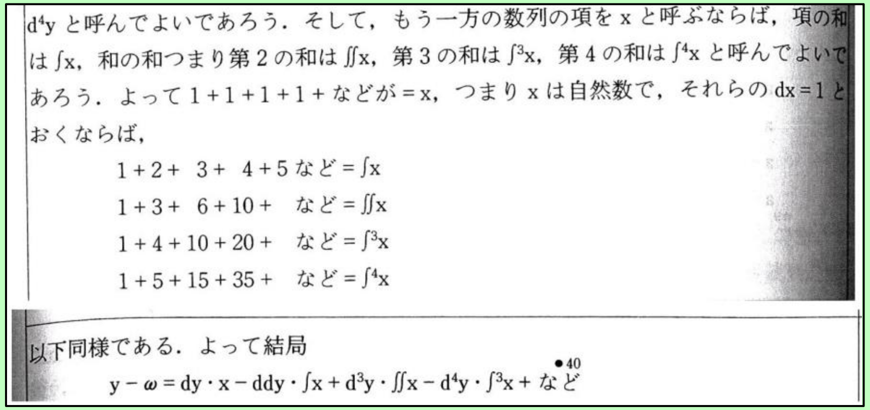
ライプニッツ著作集３(P.305)から引用

「①LH,XXXV,VII;②LMG,V,392-410」「翻訳は一応②によった上、①を照合して訳文を決定した」と記載されている。

②LMG,V,392-410とは、ライプニッツ著作集３(P.4)に「LMG Leibniz Mathematishe Schriftrn …」と記載されている。

これはGerhardt 1858 (P392-410)のことである

Libniz 1999 (PP.314-315)



d^4y と呼んでよいであろう．そして，もう一方の数列の項を x と呼ぶならば，項の和は $\int x$，和の和つまり第 2 の和は $\iint x$，第 3 の和は $\int^3 x$，第 4 の和は $\int^4 x$ と呼んでよいであろう．よって 1＋1＋1＋1＋ などが＝x，つまり x は自然数で，それらの dx＝1 とおくならば，

$$1+2+3+4+5 \text{ など} = \int x$$
$$1+3+6+10+ \text{ など} = \iint x$$
$$1+4+10+20+ \text{ など} = \int^3 x$$
$$1+5+15+35+ \text{ など} = \int^4 x$$

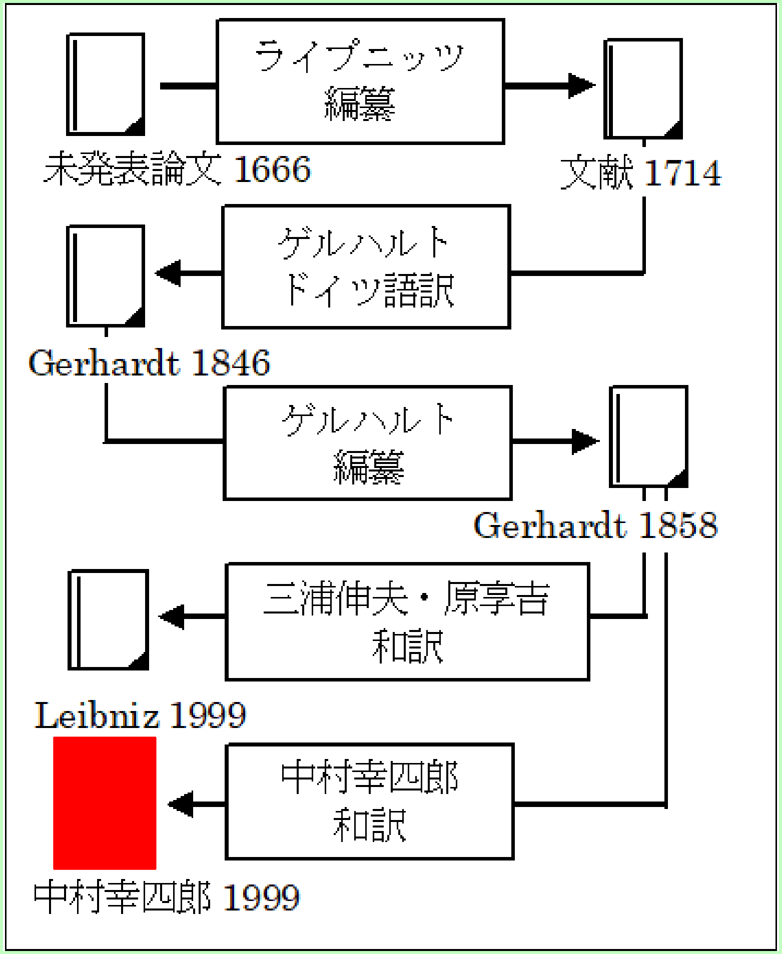
以下同様である．よって結局

$$y-\omega = dy\cdot x - ddy\cdot\int x + d^3y\cdot\iint x - d^4y\cdot\int^3 x + \text{ など}$$ [40]

Σの記載はない。

３ 「ライプニッツは ∫ を使う前は Σ を使った」の信憑性

「近世数学の歴史」



近世数学の歴史(PP.210)での引用文献の説明
「引用、『微分算の歴史と起源』(Historia et origo calculi differentialis『数学論文集』V pp.392-418)」と記載がある。明らかにこの文献はGerhardt 1858のことである。

いま，数列 $a, b, \cdots, z$ までの項の数が x であるとき

$$1+1+\cdots+1=x$$

$$1+2+3+\cdots=\sum x$$

$$1+1+2+1+2+3+\cdots=\sum\sum x \qquad \text{等}$$

とおけば

$$a=x\cdot da-\sum x\cdot d^2a+\sum\sum x\cdot d^3a-\sum^3 x\cdot d^4a \qquad (3)$$

ライプニッツは「歴史と起源」では $\sum$ を和の記号 $\int$ で表わし，$\sum x$, $\sum\sum x$, $\sum^3 x$ の代りにそれぞれ

$$\int x, \quad \int\int x, \quad \int^3 x$$

を使っています．このようにするとき (3) に対応して

$$a-\omega=x\cdot da-\int x\cdot d^2a+\int\int x\cdot d^3a-\int^3 x\cdot d^4a+\text{etc.} \qquad (4)$$

ここで ω は最終項の意味です．またこの等式から，容易に次の式が導かれ

３ 「ライプニッツは ∫ を使う前は Σ を使った」の信憑性

中村幸四郎 1999(近世数学の歴史)にΣの記載はあったが、

Gerhardt 1846・Gerhardt 1858・Leibniz 1999 にΣの記載はない。

　ライプニッツが∫を使う前はΣを使っていたと解釈するのは間違い。

ご清聴ありがとうございました。